

関数の定義域の値を変更させながら、表示されるグラフの変化を捉える

■ 使用する機器、アプリ等

Android タブレット、グラフ作成ソフト

■ 学習のねらい

- ・ 定義域が変化する二次関数について最小値がどのように変化するかを場合分けを通して問題解決を行う。

■ 授業の流れ(50分)

時間	学習活動
導入 10分	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 本時の目標の確認 関数 <math>y = x^2 - 2x + 3</math> (<math>a \leq x \leq a + 2</math>) の最小値を求めよ。</li> <li>○ これまでに学習した最大値・最小値の求め方の確認 関数 <math>y = x^2 - 2x + 3</math> (<math>0 \leq x \leq 2</math>) の最小値を求めよ。</li> </ul>
展開① 15分	○ 各自のタブレットでグラフ作成ソフト Desmos を起動し、プリントA(準備編)の操作手順に従って関数等を入力する。
展開② 20分	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 関数等を入力した生徒から順次、プリントB(解答編)の問の空欄部を解答する。</li> <li>○ 本時の問題の出典を見て、実際に解答する場合はどのように解答するのかを考えていく。</li> </ul>
まとめ 5分	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 問題集の問題では既に <math>a</math> の範囲が指定されているが、計算過程で出てくるものであることを知る。</li> <li>○ 解答の際にはグラフを描き定義域が頂点の <math>x</math> 座標を含むのか含まないのか、また含まない場合は定義域が頂点より右側にあるのか左側にあるのかを場合分けすることに気付く。</li> </ul>

■ ココで ICT を活用！

動画1

操作手順に従い二次関数のグラフを入力

各自のタブレットからDesmosを起動し、本時の課題である関数を入力する。(動画1)

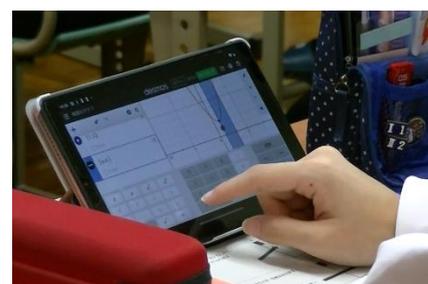
教員は適宜操作に困っている生徒をサポートする。→ [プリントA\(準備編\)](#)



動画2

定義域やグラフ上の点を移動させることで最小値の場合分けを確認する

本時の課題において最小値を求めるには両端の点と頂点の  $y$  座標の大小関係がポイントである。各自で入力した Desmos のグラフからスライダーを動かすことで定義域の間の範囲が動き放物線  $y = x^2 - 2x + 3$  との関係がわかる。その結果、定義域が不確定な場合はそれぞれに応じて場合分けが必要になることを自分自身の操作によって気付くことができる。→ [プリントB\(解答編\)](#)



## ■ ICT 活用のメリット

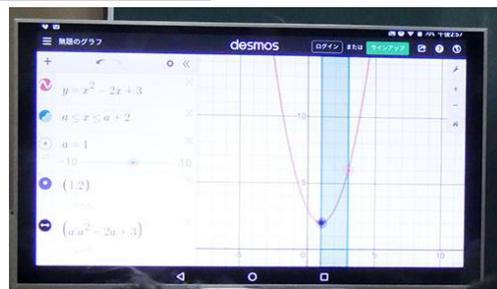
### グラフ作成ソフトを生徒自身で操作することで、場合分けに対する理解を深めることができる

本事例は、生徒自身が ICT を操作して視覚的に問題を把握したり、解決に至る見通しをもったり、シミュレーションしたりしながら、数学的な見方や考え方を深化させ、思考力・判断力・表現力を育成する取組みである。

これまではいくつかの具体的な $a$ の値に対する最小値を生徒に計算させて、最小値が切り替わるのはどのような時であるかという、多少飛躍を感じる学習の手順しか踏めなかったが、グラフ作成ソフトを用いることにより、 **$a$ の値を連続的に変化させて、定義域を動かして最小値を取る点が切り替わる瞬間を確認させることができた**。これにより、「最小値をとる点が切り替わる時はどのようなときか」という発問に対して、生徒は完全に答えられなくとも、軸と定義域の右端と左端の位置関係に言及し、場合分けを「軸」と「定義域」という言葉を用いて言語化したり、各場合分けの不等式の立式に対する理解が早まったりと答えまでスムーズにたどり着くことができた。

### 入力するとグラフがすぐに表示されることで既習のグラフを再確認することができる

**Desmosは関数を決定する操作がなく、すぐさまにそのグラフを表示させることができる**。関数を入力する際に、降べきの順で $x^2 - 2x + 3$ と入力すると $y = x^2$ のグラフや $y = x^2 - 2x$ のグラフが入力途中の段階で確認することができる。そのためそれぞれのグラフの特徴や違いを視覚的に再確認することができる。



### グラフの変化を捉え、最小値と頂点との関係が考えやすくなる

グラフ上にある定義域の両端の2点(座標  $(a, a^2 - 2a + 3)$ と $(a + 2, a^2 + 2a + 3)$ )を表示させ、定義域やその2点が動くように変数 $a$ のスライダーを作成している。**スライダーは手動で変化させたり、範囲を決めて速度を調節しながら自動で変化させることができる**。

その結果定義域の両端及び頂点の $y$ 座標の大小関係の変化を動的に捉えることができ、最小値の場合分けをする際のポイントが頂点であることに気付くことができる。

## ■ 本実践での工夫

### グラフの入力には時間をかけず、分析に時間をかける

あらかじめ本時で使う関数やスライダーを入力するための操作手順のマニュアル(右図参照)を用意した。マニュアルには①関数 $y = x^2 - 2x + 3$ の入力、②定義域( $a \leq x \leq a + 2$ )の入力、③スライダーの表示、④3か所の座標の入力、⑤再生して表示させる方法について示されている。

そのため生徒は準備に時間をかけずに、本時の課題である最小値を求めるための場合分けについて考えることができた。

●Desmos 操作手順

① Desmos の緑色のアイコンをタップします。  
すると画面の左側がこのような画面になっているはずです。

②  $y = x^2 - 2x + 3$  を入力します。  
 $x$  の次に  $a^2$  をタップすると  $x^2$  にできます

### 生徒自身に操作させ、変化のイメージをつかませる

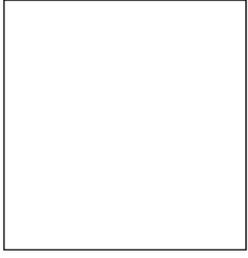
従来このような二次関数の最大値・最小値の問題では教員がプロジェクターを使って教員のPC画面を拡大提示して授業することが多く、生徒は見ているだけになっていた。この授業では**生徒が自分でスライダーを操作し**、どのタイミングで最小値が変化するかを考えることができるようにした。**スピードを調整しながら何度も繰り返す**ことで動きをイメージし、プリントに図等を記入し言語化することができた。

(1) 定義域が頂点より左側の場合

○右図から  $a+2, 1$  の大小関係を調べると

----- < -----

○  $x =$  の時に最小値をとるので、



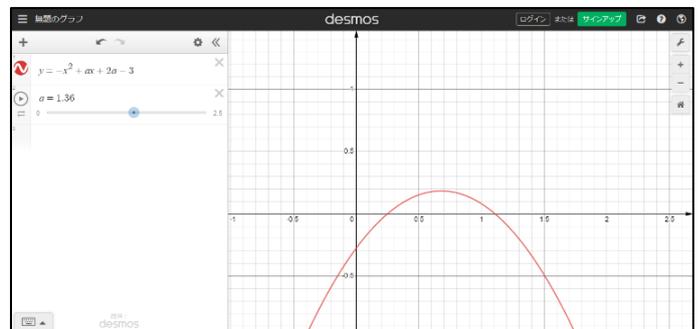
### ■ 実践の振り返り-活用を深めるために-

本事例では生徒の自発的な探究活動をねらいとし、一人一台の環境下でDesmosを起動して問題解決型の授業を行った。事例では定義域に変数がある場合の最小値しか扱っていないが、定義域の区間の中央が軸の左右のどこにあるかで最大値について言及することもできる。また扱う二次関数について $x^2$ の係数の正負や軸に変数が含まれる場合など問題のバリエーションはたくさん存在する。その一つ一つを授業で解説するには時間的な制約がある。しかし、生徒がグラフ作成ソフトを使える状態になれば自学自習で問題解決に取り組むことも可能になる。

その際に注意しなければならないことがある。ICT機器を生徒自身が使うと先に結果が得られるため、なぜそのような結果になるのかを生徒たちが深められるように指導していかなければならない。

xy平面上に、 $x$ の2次関数 $y = -x^2 + ax + 2a - 3$ のグラフがある。このグラフが $0 \leq x \leq 2$ において $x$ 軸と少なくとも1つの共有点をもつとき、 $a$ の値の範囲を求めよ。

例えば上にあるような問題を単元末の課題学習として扱い、グラフ作成ソフトを用いて解決するとする。生徒は図のように $a$ の値を操作することで $x$ 軸との共有点の個数がどのように変化するのがわかる。画面上では「 $a$ の値がこの辺りで共有点の個数が変わる」とイメージできるが、解答の際には条件設定し、場合分けするように記述しなければならない。これまでに獲得した平方完成や判別式、グラフの概形を描く等の知識・



技能を活用し、共有点の個数の場合分けができるように指示や気づきを促す声掛けを行うことが必要である。数学における ICT 機器は計算機であるため、生徒の論理的思考を妨げるのではなく、支援するツールでなければならない。

また本事例では一人一台の環境下であったが、グループ毎に一台のタブレットPC端末を用意して生徒それぞれが考え、教え合いながら学ぶ協働学習として行うこともできる。そうすることで軸と定義域の右端と左端の位置関係に言及した場合分けについて、自分の考えをまとめる力や仲間と協力しながら問題解決する力も培うことが可能になる。