

数学科 学習指導案

1. 単元名 関数 $y = ax^2$ (使用図書は、教科書：●●●●)

2. 単元の目標

- ・関数 $y = ax^2$ についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。(知識及び技能)
- ・関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。(思考力、判断力、表現力等)
- ・関数 $y = ax^2$ について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。(学びに向かう力、人間性等)

3. 教材観

本単元では、具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について考察できるようにする。第1学年では、比例、反比例を学習し、第2学年では、一次関数を学習している。いずれにおいても、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察する力を漸次高めてきている。このことを踏まえて、関数 $y = ax^2$ における変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を、表、式、グラフを相互に関連付けながら一層深める。そして、これらの学習を通して、日常の事象における関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察することができるようにする。

また、日常の事象や社会の事象には既習の関数では捉えられない関数関係があることを学習することにより、関数の概念の広がりを実感できるようにし、中学校における関数についての学習内容を一層豊かにするとともに、後の学習の素地となるようにする。

4. 指導観

本単元のねらいは、具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について考察できるようにすることである。特に単元後半の「関数 $y = ax^2$ の活用」では、具体的な問題を関数 $y = ax^2$ を活用して解決するためには、問題場面から事象の数量関係を読み取り、表、式、グラフなどを相互に関連付けながら、根拠を明確にして考察することが重要である。そこで、問題解決の過程を説明する際には、表やグラフなどを用いて説明する際に、①「表やグラフのどこに注目して考えたのか」②「なぜそのように考えたのか」を明らかにして説明することを、子どもたちと共有しながら学習を進められるようにしていく。

5. 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①関数 $y = ax^2$ について理解している。 ②事象の中には関数 $y = ax^2$ として捉えられるものがあることを知っている。 ③関数 $y = ax^2$ の関係を、表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 ④いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。	①関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量について変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。 ②関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができる。	①関数 $y = ax^2$ について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ②関数 $y = ax^2$ を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

6. 単元の指導と評価の計画（全17時間）

本単元「関数 $y = ax^2$ 」を、内容のまとまりである三つの小単元と単元のまとめて構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数	
1. 関数 $y = ax^2$	9時間	17時間
2. 関数 $y = ax^2$ の活用	7時間	
単元のまとめ	1時間	

（●：指導に生かす評価 ○：記録に残す評価）

時間	ねらい・学習活動	評価の観点			主な評価規準 (評価方法)
		知	思	態	
1	「2乗に比例する関数」 ・2乗に比例する関数の意味を理解できるようにするとともに、事象の中には2乗に比例する関数として捉えられるものがあることを理解できるようにする。	●			知①②：行動観察
2	「関数 $y = ax^2$ の性質」 ・2乗に比例する関数の特徴を見だし表現することができるようにする。 ・1組の x, y の値から関数 $y = ax^2$ の式を求めることができるようにする。	●	●		知③：ノート 思①：行動観察
3	「関数 $y = x^2$ のグラフ」 ・関数 $y = x^2$ の2つの数量の関係について、表の値からグラフで表すことができるようにする。 ・関数 $y = x^2$ のグラフの特徴を捉えることができるようにする。	●			知③：行動観察
4	「関数 $y = ax^2$ のグラフ」 ・関数 $y = ax^2$ の比例定数 a の値に着目し、関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴を捉えることができるようにする。	○			知③：ノート
5	・これまでに学んだことを基に、関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現できるようにする。		●	●	思①：ノート 態②：行動観察・振り返り
6	「関数 $y = ax^2$ の値の変化」 ・関数 $y = ax^2$ の特徴を見だし表現することができるようにする。 ・関数 $y = ax^2$ において、 x の変域が限られている場合の y の変域を求めることができるようにする。	●	●		知③：行動観察 思①：行動観察
7	「関数 $y = ax^2$ の値の変化の割合」 ・関数 $y = ax^2$ の変化の割合について理解し、関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求めることができるようにする。	●			知②：行動観察
8	・これまでに学んだことを基に、1次関数と2乗に比例する関数の特徴を比較して考察し表現できるようにする。		○	●	思①：ノート 態①：行動観察
9	「これまでに学んだことを振り返る」 ・基本の問題に取り組む。 ・これまでの単元の学習を振り返り、学んだことを整理する。	○		○	知②③：小テスト 態②：行動観察・振り返り
10	「関数 $y = ax^2$ の活用①：斜面を転がるボールの時間と距離」 ・斜面を転がるボールの転がり始めてからの時間と転がった距離の関係を考察することを通して、平均の速さについて理解できるようにする。 ・関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現できるようにする。	●	●		知①②：行動観察 思②：ノート

11	「関数 $y = ax^2$ の活用②：自動車の制動距離」 ・ 日常の事象から2つの数量を取り出し、関数の表、式、グラフを基にして考察し表現することができるようになる。 ・ 学習を振り返って、わかったことや疑問、問題の解決に有効であった方法などを記述することを通して、学習の成果を実感できるようにする。		●	○	思②：ノート 態①：行動観察・振り返り
12	「関数 $y = ax^2$ の活用③：放物線と直線の関係について考える」 ・ 放物線と直線の交点の座標から関数の式を求めたり、交点の座標をグラフから求めたりできるようにする。		●		思②：ノート
13	「関数 $y = ax^2$ の活用④：効率の良いリレーのバトンパス」 ・ 時間と道のりの関係を表すグラフを読み取り考察することを通して、関数のグラフを基にして具体的な事象を捉え考察し表現できるようにする。	●		●	知③：ワークシート 態①：行動観察
14 本時			○	○	思②：ワークシート 態①：ワークシート
15	「いろいろな関数」 ・ 現実的な事象から2つの数量を取り出し、関数の表やグラフを用いて考察することを通して、いろいろな事象の中に関数関係があることを理解できるようにする。	●	●		知④：ノート 思②：行動観察
16	「章末問題」 ・ 章末問題に取り組み、単元を通して身につけたい力の定着を図る。	●	●		知①：ノート 思②：ノート
17	「単元末の振り返り」 ・ 単元末テストに取り組む。 ・ 単元の学習を振り返り、関数 $y = ax^2$ について学習したことをまとめる。	○	○	○	知①②④・思①②： 単元テスト 態②：振り返り

7. 本時の展開

(1) 本時の目標

- ・ 関数の表や式、グラフを活用して、問題解決の過程を説明することができる。(思考力、判断力、表現力等)
- ・ 関数の表や式、グラフを活用して、具体的な事象を捉え、分析しようとする。(学びに向かう力、人間性等)

(2) 本時の評価規準

- ・ 関数の表や式、グラフを活用して、問題解決の過程を論理的に説明している。(思②：記録に残す評価)
- ・ 関数の表や式、グラフを活用して、具体的な事象を捉え、分析しようとしている。(態①：記録に残す評価)

(3) 本時の判断基準

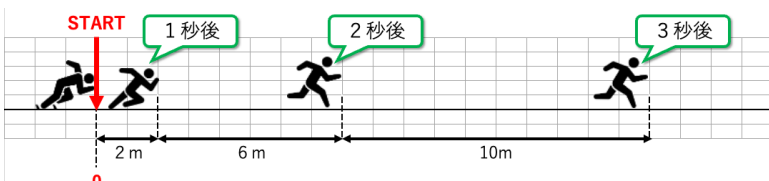
【思考・判断・表現②】

十分満足できる状況(A)	おおむね満足できる状況(B)	努力を要する状況(C)と判断する生徒への支援
具体的な事象の中で数量の関係を捉え、日常の事象における問題解決の過程を論理的にわかりやすく表現している。	具体的な事象の中で数量の関係を捉え、日常の事象における問題解決の過程を表現している。	「なぜそうなるのか」という「理由→事象」の関係を意識させながら、問題解決の見通しを持てるようにする。

【主体的に学習に取り組む態度①】

十分満足できる状況(A)	おおむね満足できる状況(B)	努力を要する状況(C)と判断する生徒への支援
具体的な事象において、関数のグラフを活用していくつかの問題場面を分析しようとしている。	具体的な事象において、関数のグラフを活用して問題場面を分析しようとしている。	関数 $y = ax^2$ と一次関数のグラフが交わることが、具体的な場面においてどのような意味を持つのか、グラフの各点が示す座標をもとに考えさせる。

(4) 本時の学習過程 (第13時)

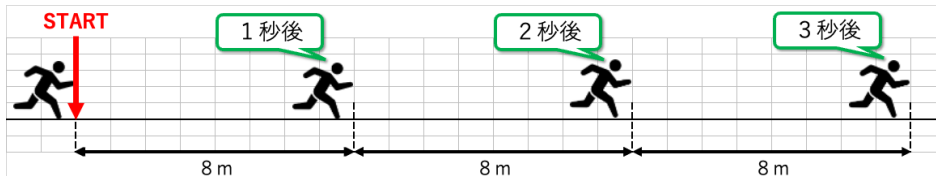
時間	学習活動	指導上の留意点	評価規準 (評価方法)																								
5分	○前時の学習を振り返る。																										
導入 10分	○本時で考える課題を把握する。 あなたは陸上競技部の監督です。リレー種目で、オリンピック並みにバトンパスを理想的に行えるようにしたいと考えています。 第2走者はどのタイミングで走り出せば良いのでしょうか？  ○動画で理想的なバトンパスのイメージを確認する（成功 and 失敗）。 第1走者と第2走者が、同じくらいの速さで走りながらバトンパスできればいいね。 早くスタートしすぎたら、第1走者が追いつけないよね。 遅すぎたら、第2走者はスピードに乗らないままバトンを受け取ることになるね。 スタート地点のちょっと前ぐらいじゃないかな？	理想的にバトンパスを行うとは、どんな状況を考えますか？ ・実際のバトンパスの場面から、スムーズなバトンパスを行うためには、ちょうど良いタイミングで第1走者が第2走者に追いついている状況を確認する。 では、第2走者は、どのタイミングでスタートすれば良いのでしょうか？ ・バトンパスをスムーズに行うためには、第2走者がスタートする際に、第1走者がどの位置に来た時にスタートすれば良いかに焦点を当てる。 今日は、これまで学習してきた関数を使って、バトンパスの状況を分析してみましょう。																									
10分	○STEP①を把握する。  上の図は、第2走者が走り始めてから1秒ごとに進んだ長さを記録したものです。走り始めてからx秒後の第2走者の進んだ長さをymとして、xとyの関係を考えましょう。 ○xとyの関係を表に整理し、式で表す。 (個人で課題に取り組む) <table border="1"><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>...</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>...</td></tr></table> yはxの二乗に比例するので、$y = ax^2$ x = 1, y = 2を代入して、$a = 2$ よって、$y = 2x^2$となります。	x	0	1	2	3	...	y	0	2	8	18	...	xとyの関係を表に整理し、式で表してみましょう。 (課題の見られる生徒の例) <table border="1"><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>...</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td><td>6</td><td>10</td><td>...</td></tr></table> (課題の見られる生徒への対応) → yの値がスタートから進んだ長さであることに着目させる。 ・式が求められたら、グラフをかくよう促す。	x	0	1	2	3	...	y	0	2	6	10	...	・ワークシートを配付する。 ・知技③ (ワークシート)
x	0	1	2	3	...																						
y	0	2	8	18	...																						
x	0	1	2	3	...																						
y	0	2	6	10	...																						

1秒ごとに進む距離が長くなっているのが、
少しずつ速くなっていると思います。

第2走者が走り始めてから、速さはどの
ように変化しているでしょうか。

10分

○STEP②を把握する。



上の図は、第1走者が走っている途中、ある場所から1秒ごとに進んだ長さを記録したもので
す。 x 秒後の第1走者の START の位置からの長さを y m として、 x と y の関係を考えましょう。

○ x と y の関係を表に整理し、式で表す。
(個人で課題に取り組む)

x	0	1	2	3	...
y	0	8	16	24	...

y は x に比例するので、 $y = ax$
 $x = 1, y = 8$ を代入して、 $a = 8$
よって、 $y = 8x$ となります。

1秒ごとに同じ距離だけ進むので、一定の
速さで走っていると思います。

x と y の関係を表に整理し、式で表して
みましょう。

・式が求められたら、グラフをかくよう促す。

第1走者は記録している間、どのように
走っているでしょうか。

- ・第1走者、第2走者共に実際に走っている具
体的な場面を想起させ、速さがどのように変
化しているかを考えさせる。
- ・第1走者は、START 地点から走り出すので
はなく、それまでに既に走っていることを想
起させる。
- ・グラフの2つの交点は何を表しているのかを
基に考えるよう促す。「原点で交わること＝
同時に START すること」に注目させる。

この2つのグラフが、どんな状況を表して
いるかを分析してみましょう。

- ・考えられることについて子どもから意見を引
き出し、この2つのグラフが表す具体的な状
況が、実際のバトンパスの状況に適していな
いことに気づかせる。

<追発問>

「第2走者が走り始める時、第1走者はどこに
いると考えたらいいでしょうか？」

第1走者のグラフの、どこが間違ってい
る考えられますか？

10分

○STEP③

STEP①②のグラフから、第1走者・第2
走者の具体的な状況を考える。
(全体で見通しを持つ)

原点から始まっているから、どちらも0秒で
同時にスタートすることになるね。

最初は第1走者が先を走っているけど、すぐ
に第2走者が追い抜く、ということかな？

最初から2人が同時にスタートするのは
おかしいよね。

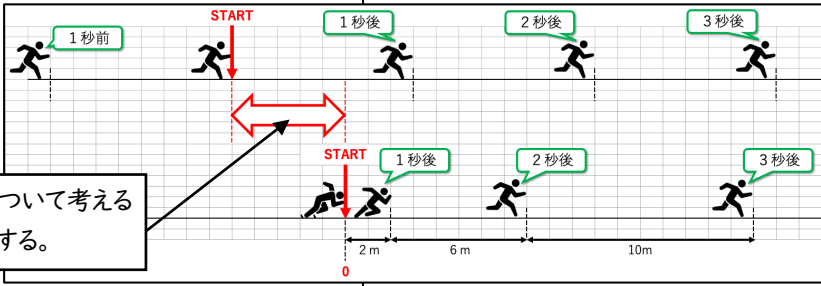
実際は、第2走者がスタートする時、第1
走者はまだ少し手前にいるよね。

それじゃあ、第1走者のグラフは間違っ
ているんじゃないかな。

・主体①
(行動観察)

	第2走者がスタートする時の、第1走者の位置がおかしいと思います。	・第2走者がスタートする時、第1走者はスタート地点より前にいることから、主発問につなげる。 ・STEP①②の図を動かしながら、第2走者がスタートする時の第1走者の位置についてイメージを持たせる。	
5分	○次時の内容について伝える。	次の時間に、第1走者がスタートから何m手前に来た時に第2走者がスタートすれば良いかを、グラフを活用して考えたいと思います。	

(5) 本時の学習過程 (第14時)

3分	○前時の内容を振り返る。 ○目あてを確認する。	・ワークシートを配付する。	
5分	第2走者のグラフと第1走者のグラフから、第1走者がスタートから何m手前に来た時に第2走者がスタートすれば良いかを考えよう。 この長さについて考えることを確認する。  第1走者のグラフが下に動くと、2つのグラフの交点の数が変わります。 交点が2個の時と、1個の時と、0個の時があるね。何が違うのかな？	・第1走者のグラフを動かすことで、第1走者がスタート地点の手前にいる状況を考えさせる。この時、2つのグラフの交点の数で場合分けすることを考えるようにする。 第1走者のグラフを動かすことができます。2つのグラフの交点をA, B, 第1走者のグラフとy軸との交点をCとします。第1走者のグラフを動かすと、どのようなことがわかりますか？	○主体① (ワークシート)

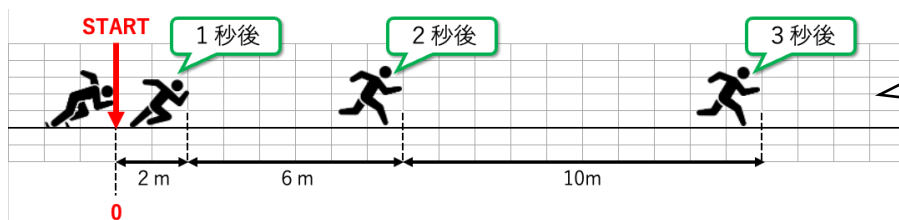
10分	○STEP④ 交点が2～0個のそれぞれの場合が表している具体的な状況を分析する。 (個人で課題に取り組む) <概ね満足できる状況> ・交点が2種類の場合について分析しようとしている。 <十分満足できる状況> ・すべての交点の場合について分析しようとしている。 交点が 2 個の時 第1走者と第2走者は2回出会う。 まずは点Aで第1走者が第2走者に追いつき、その時点から今度は第2走者が第1走者を追い抜くことになる。 (一度めてバトンパスはできるが、まだ第2走者が速く走っていない状況でバトンパスをすることになる。) 交点が 1 個の時 第1走者と第2走者は1回出会う。 第1走者と第2走者がちょうど同じ速さで並ぶ時に追いつくことになるので、バトンパスをスムーズに行うことができる。 交点が 0 個の時 第1走者と第2走者は出会う。 第1走者が第2走者に追いつくよりも先に、第2走者が速くなって先に進んでしまうため、バトンパスができなくなってしまう。	STEP③のように、交点が2～0個のそれぞれの場合が、どんな状況を表しているのかを分析してみましょう。 (課題の見られる生徒への対応) ・交点が2個の場合は、STEP③の内容を思い出させることで、第1走者と第2走者が2回出会うことをイメージさせる。そこから、具体的な場面を想起させる。 ・交点が1個の場合は、第1走者と第2走者が1回だけ出会う状況であることをイメージさせる。この時、なぜ1回だけ出会うのか、その理由を考えさせる。 ・交点が0個の場合は、第1走者と第2走者が1回も出会わない状況であることをイメージさせる。そこから、具体的な場面を想起させる。
10分	○グループで交流する。 ①友だちの説明の中で、自分の説明に不足している内容を赤で追記する。 ②友だちに説明する中で大切だと思ったところを青でチェックする。	・交流の視点を明確にしておく。 ・言葉で説明するだけでなく、図やグラフを使って説明するように促す。 ・交点の個数をもとに分析した具体的な状況をもとに、スムーズにバトンパスができるかどうかまで交流するよう促す。
5分	○クラス全体で共有する。 交点が2個の時は、第1走者が第2走者を追い抜いてしまいます。 交点が1個の時は、第1走者が第2走者にちょうど追いついたということだから、この時にバトンパスできます。 第1走者が第2走者に追いついた時に、速さが同じになったと思います。 交点が0個だと、第1走者が第2走者に追いつけないので、バトンパスができません。	それぞれの場について、どのように分析したでしょうか。 ・前時の動画の内容から、交点が1個の時に2人の走者の速さがちょうど等しくなることを思い出させる。 ちょうど追いつくということは、2人の走者の何が等しくなったと考えれば良いでしょうか。 ・交点が1個の時に、スムーズなバトンパスができることを共有する。
5分	○STEP⑤ 第1走者がスタート地点から何m手前に来た時に、第2走者がスタートすれば良いかを考え、説明する。 (全体で見通しを持つ)	それでは最後に、この第1走者・第2走者がスムーズなバトンパスをするために、第1走者がスタート地点の何m手前に来た時に第2走者がスタートすれば良いかを考え、説明しましょう。 ・交点が1個の時の、第1走者のグラフに注目させる。第2走者がスタートするのが$x = 0$の時であることから、この時のyの値に注目する

		ように促す。 交点が1個の場合のグラフで、第2走者がスタートするのはどの部分に当たるでしょうか。 つまり、$x = 0$に注目すれば良いということですね。 →グループ交流で交点が1個の場合にこの内容が取り上げられていた場合は、その内容を共有する。	
8分	第2走者がスタートするのは、xが0の点です。 その時の第1走者のグラフに注目すれば、第1走者の位置がわかるね。 ○個人で取り組む。 <概ね満足できる姿> グラフの交点が1個の時なので、第1走者の位置は、<u>グラフがy軸と交わる点の座標から8m手前であれば良いことがわかる。</u> <十分満足できる姿> グラフの交点が1個の時のグラフを見ると、<u>第2走者がスタートするのは$x = 0$の点だから、第1走者のグラフとy軸との交点の座標がわかれば良い。グラフの切片が-8なので、8m手前であれば良い。</u>	<概ね満足の条件> ・第1走者のグラフとy軸との交点の座標に言及して位置を求めている。 <十分満足の条件> ・上記の内容に加えて、第2走者がスタートするのが$x = 0$であることに言及している。	○思判表 (ワークシート)
5分	○本時のまとめ	・上記の条件を伝え、問題解決のためには、グラフのどこに注目するのか、またなぜそこに注目するのかを説明することが重要であることを確認する。 ・関数を使うことで、日常における問題を論理的に分析し、よりよく問題解決することに生かすことができることを確認する。 (次時のいろいろな関数に繋げる)	

<今日のMission>

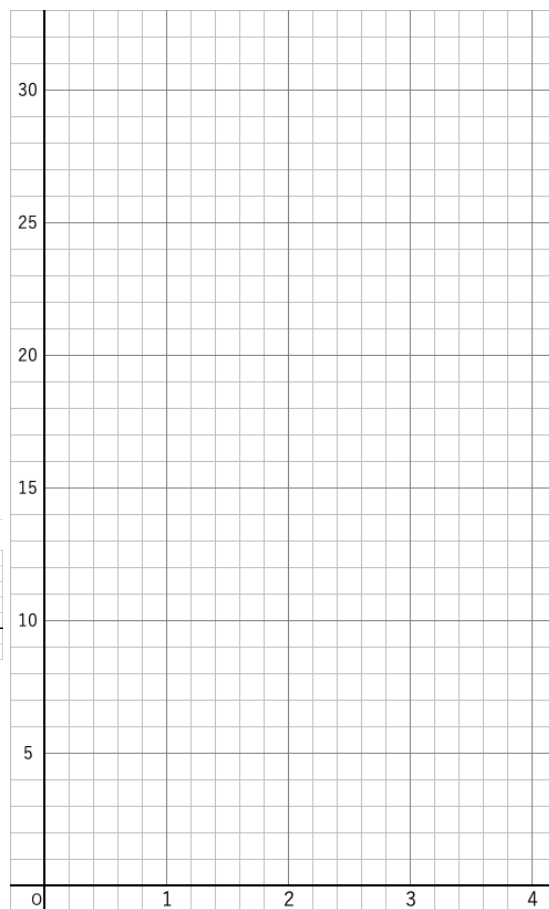
あなたは陸上競技部の監督です。リレー種目で、オリンピック並みにバトンパスを理想的に行えるようにしたいと考えています。

第2走者はどのタイミングで走り出せば良いのでしょうか？

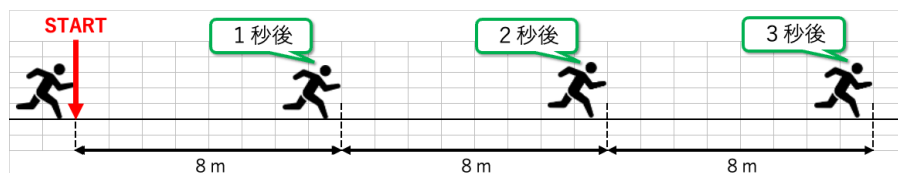


上の図は、第2走者が走り始めてから1秒ごとに進んだ長さを記録したものです。走り始めてから x 秒後の第2走者の進んだ長さを y mとして、 x と y の関係を考えましょう。

x	0	1	2	3	4	...
y						...



STEP②



上の図は、第1走者が走っている途中、ある場所から1秒ごとに進んだ長さを記録したものです。 x 秒後の第1走者の START の位置からの長さを y mとして、 x と y の関係を考えましょう。

x	0	1	2	3	4	...
y						...

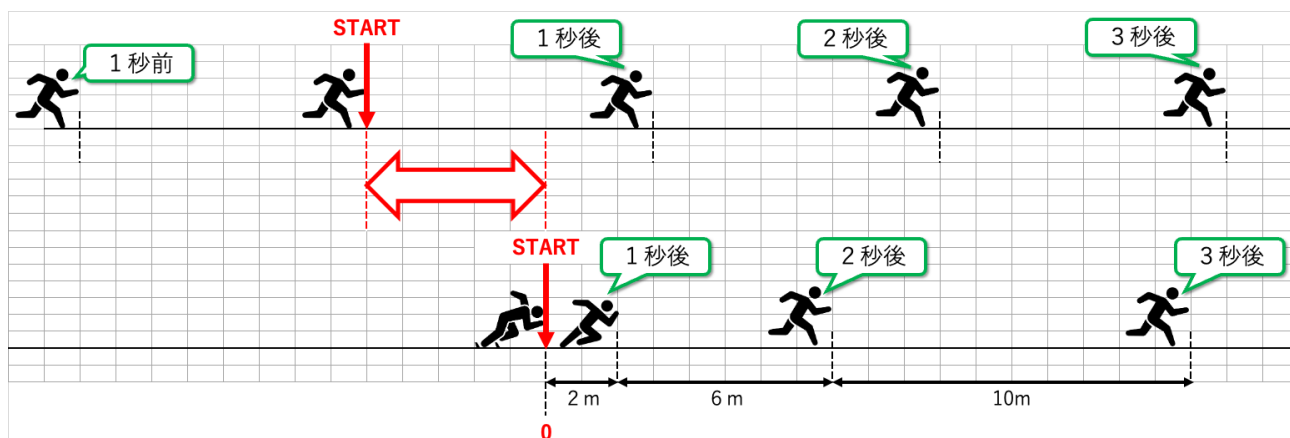
STEP③: 上のグラフの場合、第1走者・第2走者がどんな状況になっているかを考えてみよう。

<今日のめあて>

第2走者のグラフと第1走者のグラフから、第1走者がスタートから何m手前に来た時に、第2走者がスタートすれば良いかを考えよう。



GeoGebra のグラフ



STEP④

(1)それぞれのグラフの状況から具体的な場面を分析しましょう。

交点が 2 個の時

第1走者と第2走者は2回出会う。
まずは点 A で第1走者が第2走者に追いつき、その後点 B で今度は第2走者が第1走者を追い抜くことになる。
(一度めてバトンパスはできるが、まだ第2走者が速く走っていない状況でバトンパスをすることになる。)

交点が 1 個の時

第1走者と第2走者は1回出会う。
第1走者と第2走者がちょうど同じ速さで並ぶ時に出会うことになるので、バトンパスをスムーズに行うことができる。

交点が 0 個の時

第1走者と第2走者は出会う。
第1走者が第2走者に追いつくよりも先に、第2走者が速くなって先に進んでしまうため、バトンパスをできなくなってしまう。

STEP⑤

(2)第1走者がスタート地点から何m手前に来た時に、第2走者がスタートすれば良いかを考え、説明しましょう。

グラフの交点が1個の時のグラフを見ると、第2走者がスタートするのは $x=0$ の点だから、第1走者のグラフと y 軸との交点の座標がわかれば良い。
グラフの切片が-8なので、8m手前であれば良い。

