

「数学Ⅰ」学習指導案

大阪府立〇〇高等学校

授業者 〇〇 〇〇

- 1 日 時 平成〇年〇月〇日（〇）第〇限
2 対 象 1年〇組（〇名）
3 場 所 第〇講義室
4 教 材 教科書「新編 数学Ⅰ」（東京書籍）
5 単 元 図形と計量

6 教材観

鋭角の三角比から、 $0^\circ \sim 180^\circ$ まで定義を拡張し、それをもとに三角形への応用までを学んだ。そこで学んだ余弦定理や中学校・数学Aで学んだ作図を使って、日常生活で出会う課題を解決する総合問題を考えた。習った事をどのように応用するか深く考え、尚かつそれを総合的にまとめる判断力も必要とする題材を設定した。今回は3つのエキスパート担当に分け、そこで考えた事を持ち寄り協力して総合的に解決するジグソー法を用いる。自分達で問題解決を行った事を実感できる教材だと考えている。

7 生徒観

「略」

8 指導観

この単元の導入から、日常生活のどのような場面で三角比が使われているかを意識させながら指導をしてきた。正弦定理や余弦定理を使う測量問題などにも取り組んだが、今回は作図への応用なので、その活用の道筋が見えにくい課題である。

まず前半のエキスパート活動では、本来なら教師からの説明がある程度必要な部分であるが、あえてそうせず、説明文を自分達で読み取り、誘導の流れを理解する事を期待している。後半のジグソー活動では、3つのエキスパート活動をどのように結びつけるかが課題解決のポイントになるが、その役割をエキスパートの一つA（総合プロデュース）が行えるよう、2人担当にした。極力ヒントを出さず、エキスパートB、Cで学んだ知識・技能を持ち寄り、数学的な見方・考え方をもとに、それを総合的にまとめ、課題を解決する事で達成感を実感させたい。

一人ひとりが自覚を持ってエキスパート担当の課題に取り組み、さらにジグソー活動で他者と協力する事により課題を解決し、自信をつけてほしい。それによって、自ら学ぶ力、考える力をさらに伸ばす事を考えている。

- 9 単元の目標 三角比の意味やその基本的な性質について理解し、三角比を用いた計量の考えの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。

10 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
積極的に授業に参加し、自分で考え、他の人の考え方も取り入れ、課題を解決しようとしている。 三角比で学んだ内容を、図形や計量の問題解決に結びつけようとしている。	木の高さや標高など三角比を利用して求めることができる。 正弦・余弦定理を利用して、辺の長さや角の大きさを求めることができる。	三角比の入った方程式から、角度を求めることができる。 相互関係や定義を利用し、1つの三角比から残り2つの三角比を求めることができる。 正弦定理、余弦定理、三角形の面積公式を利用し、必要な値を求めることができる。	$\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ の定義が理解でき、いろんな三角形において、あるいは、様々な角度について値を求めることができる。 正弦定理、余弦定理、三角形の面積公式を理解している。

11 単元の指導と評価の計画（本時は16時）

	学習項目	主な評価規準	評価の観点			
			関	見	技	知
1時 2時	三角比の定義	$\sin \theta$、$\cos \theta$、$\tan \theta$ の定義が理解している。 - 直角三角形を利用して、$\sin \theta$、$\cos \theta$、$\tan \theta$ を求めることができる。			○	○
3時	三角比表	30°、45°、60° の三角比を求めることができる。 - その他の角度の三角比もあることを理解し、三角比表を用いて求めることができる。			○	○
4時	三角比の応用	木の高さや標高などを、三角比を利用して求めることができる。		○		
5時	三角比の相互関係	相互関係を用いて、1つの三角比から残り2つの三角比を求めることができる。			○	○
6時	$90^\circ - \theta$ の三角比	$90^\circ - \theta$ の三角比を利用して、 45° 以上の三角比を 45° 以下の三角比で表すことができる。			○	○
7時	三角比の拡張	180° までの三角比の定義が理解している。 120°、135°、150°、0°、90°、180° の三角比を求めることができる。			○	○
8時	$180^\circ - \theta$ の三角比	$180^\circ - \theta$ の三角比を利用して、 90° 以上の三角比を 90° 以下の三角比で表すことができる。	○		○	○
9時	等式を満たす θ	三角比の入った方程式から角度を求めることができる。			○	○
10時	三角比の相互関係	相互関係を用いて、1つの三角比から残り2つの三角比を求めることができる。			○	○
11時	正弦定理	正弦定理を利用して、外接円の半径や辺の長さを求めることができる。			○	○
12時	余弦定理	余弦定理を利用して、辺の長さや角の大きさを求めることができる。			○	○
13時 14時	正弦定理と余弦定理の応用	正弦・余弦定理を利用して、辺の長さや角の大きさを求めることができる。		○		
15時	三角形の面積	公式を用いて面積を求めることができる。			○	○
16時	三角比の応用（本時）	三角比で学んだこと、数学A・中学校で学んだ相似や作図の知識も合わせ、総合問題を解決することができる。	○	○	○	○

12 本時の指導と評価の計画

（1）目標

- 日常生活に出てくる問題に対して数学を活用する。
- 問題文から数学的構造を見出し、問題解決に三角比をどのように使うかを適切に判断する。

（2）主な評価規準

- 「ピザを5等分」という問題に対して、三角比や作図の知識・技能を活用することで、数学の良さを認識する。【知識・理解】【技能】【関心・意欲・態度】
- それぞれのエキスパート活動で学んだ事を、ジグソー活動において協働し総合的に結び付け、課題を解決する事ができる。【数学的な見方・考え方】

（3）本時で扱う問題

別紙ワークシート

（4）本時の展開

時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価
導入 5分	「本日の目標課題」提示 本時の目標と流れの説明をうけ、自分の役割を確認する。	課題を理解させ、自分達の力だけで、その課題を解決するという目標を意識させる。またジグソー法の流れと意味を理解させる。	【関・意・態】 観察
展開1 15分	エキスパート活動 A：円に内接する正5角形を作図すれば良い事を理解する。その為に何が必要かを考える。 B：円の中心と必要な長さの線分が作図できる。 C： $\cos 72^\circ$ の値を求める事ができる。	A：4人ずつ3グループ B：3人ずつ2グループ C：3人ずつ2グループ あまり進んでいないグループにはヒントを出す、基本的には見守りながらしっかり考えさせ、それぞれの課題に対して協力して理解できるよう促す。	【関・意・態】 観察 【知識・理解】 【技能】 ワークシート

展開 2 15分	ジグソー活動 4人ずつの6班に戻り、「目標課題」に取り組む。	もとの班に戻り、それぞれのエキスパート活動で理解した内容を説明させ、A担当がまとめ、各自でワークシートに作図する。 また課題解決のポイントを振り返って考えさせる。	【関・意・態】 観察 【見方・考え方】 ワークシート
展開 3 5分	クロストーク 班の代表者が、黒板に作図し説明する。	すべての班が終了できていない場合でも、代表の班の作図、説明をもとに、課題解決のポイントを理解させる。	
まとめ 5分	本日の学習のまとめ 本日の流れと、課題解決のポイントの説明をきく。	協働する事で困難な課題を解決できた事に自信を持たせ、課題解決に至らなかったところがあっても、今回の経験を活かして、今後も様々な課題にチャレンジしてもらいたいという思いを伝える。 また、正n角形の作図は、可能なものと不可能なものがある話にも触れる。	
チャレンジ 5分	「チャレンジ問題」（プリント）に各自で取り組む。	時間的にゆとりがある場合に限り、今回学んだ事の応用問題として、チャレンジ問題に取り組ませる。 これは各自で取り組ませる。	【見方・考え方】 プリント 自分の担当以外の内容もしっかり理解し、応用できるかを評価

P I S A型学力でP I Z Z Aを平等に切り分ける～三角比の応用



P I S A型学力とは、O E C D (経済協力開発機構) が実施している学力調査 P I S A (Programme for International Student Assessment) で調べられる学力の事です。具体的には、「知識や経験をもとに、自らの将来の生活に関する課題を積極的に考え、知識や技能を活用する能力」という事になります。

さて、今回の授業では、今習っている三角比や中学校や数学Aで習った作図や相似の知識や技能を使って、P I S A型学力を発揮し、P I Z Z Aを仲良く切り分ける方法について考えます。最近では、スマホのアプリでもあるようですが、今日は、自分たちだけの力で、その力を合わせるジグソー法を使って、チャレンジします。

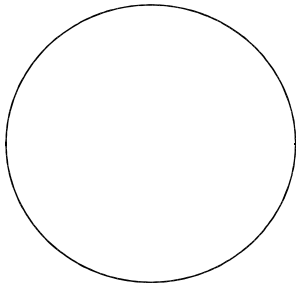
**(本時の目標) ピザを5人で仲良く5等分しましょう。どうすれば、いいでしょうか？
この問題を解決する。**

エキスパートA (総合プロデューズ 2人)

今回の目標を達成する為に、何が必要なのかを考え、エキスパートB (作図担当)、エキスパートC (計算担当) の、知識・技能を活用し、問題解決する戦略を考える。

まず、簡単な場合から、順に考えていきましょう。

(1) 1枚のピザを2人で仲良く半分に分けましょう。どうすれば、いいでしょうか？

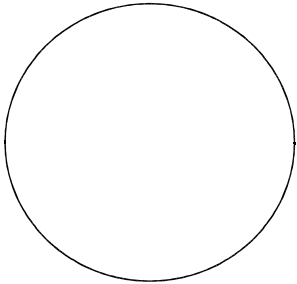


(1) ~ (4) は考えるだけでいいです。

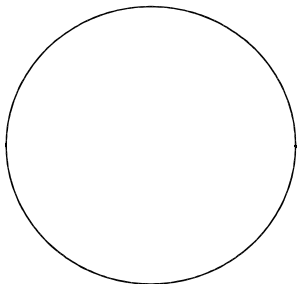
(何が必要ですか？

.....この視点で以下考えましょう)

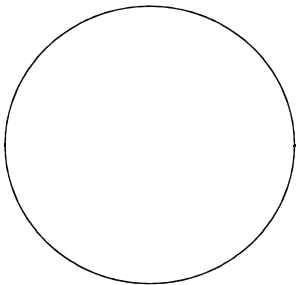
(2) では、4人の場合は？



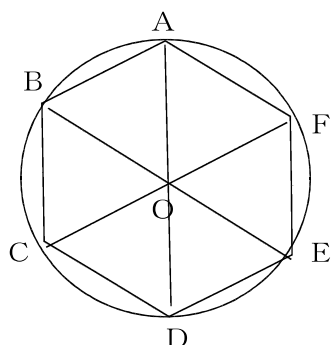
(3) 6人の場合はどうでしょうか？



(4) 6人ができれば、3人は簡単ですね。



(5) さて、5 人の場合を考える前に、6 人の場合を検証し、それをもとに 5 人の場合の戦略を考えましょう。



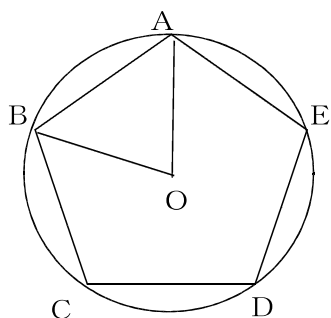
ピザを、半径 1 の円としましょう。

6 等分した際、ピザを切り分けた 3 本の直線は、円の中心 O で交わっている。これらの直線と円の交点を、図のように、A, B, C, D, E, F とすると、その交点を結べば、正 6 角形 ABCDEF ができる。

この時に、できる 6 つの 3 角形は () である。
したがって、 $AB = ()$ であり、
 $\angle AOB = ()^\circ$ である。

(※) ピザを n 人で仲良く n 当分するポイントは
「円に内接する () を作図する事」がわかってきた。($n \geq 3$)

同様に 5 等分した際にできる正 5 角形 ABCDE において、考えてみよう。



円の中心 O と、頂点 A, B を結んでできる 3 角形について
 $\angle AOB = ()^\circ$

$OA = OB = 1$ だから

() 定理を用いると

AB の長さを求める事ができる。

従って、エキスパート C によって

$\cos ()^\circ$ の値がわかれば、AB の長さを計算し、
エキスパート B の技能によって、辺 AB の長さを作図すれば、問題は解決する事がわかった。

(問) ジグソー活動によって、エキスパート B, C に上の事実を説明し、辺 AB の長さを求めよ。

$$AB^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 1 \times \cos ()^\circ$$

=

よって $AB =$

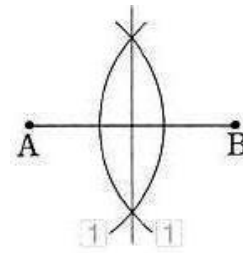
エキスパートB (作図担当 1人)

◎ 中学校で学んだ作図の基本事項

■ 線分ABの垂直二等分線

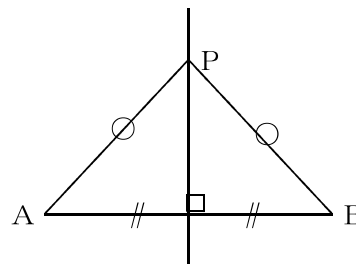
① 2点A, Bをそれぞれ中心として、同じ半径の円をかき、2つの円の交点をC, Dとする、

② 直線CDを引く。



(注) 点Pが線分ABの垂直二等分線上にある

$$\Leftrightarrow PA = PB$$



(1) 線分の垂直二等分線の性質を利用し
右の図の円の中心Oを求めよ。

(ヒント)

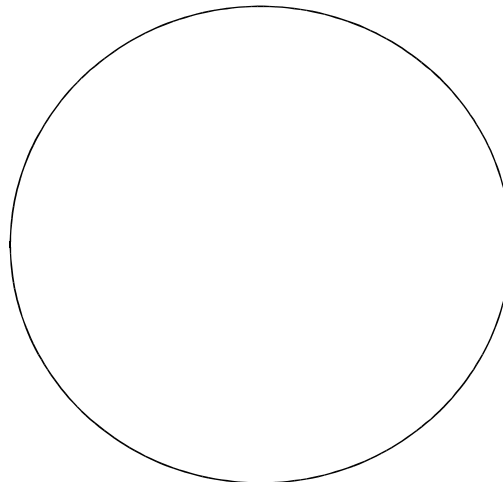
円上のすべての点は、中心Oから
等距離にある。

従って、円上に例えば異なる3点
A, B, Cをとると、

$$OA = OB$$

従って、点Oは、線分ABの
垂直二等分線上にある。

また、 $OB = OC$
でもあるので.....

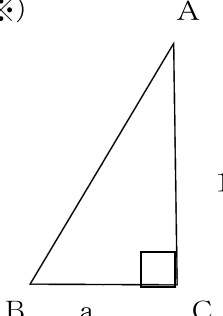


(*) これより、PIZZA (円) の中心が、どこかわからなくても、求める事ができる。

さて、実際の課題の作図は次の(2)です。

次の事実(*)を利用しますので、確認しておきましょう。

(※)



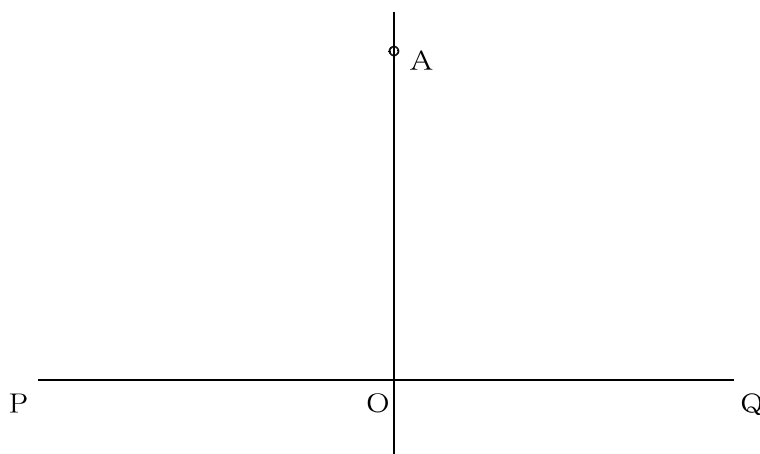
△ABCにおいて
 $\angle C = 90^\circ$, $AC = 1$, $BC = a$ とすると、
 $AB = \sqrt{1 + a^2}$ となる。

この事を利用すると、例えば $\sqrt{5}$ の長さの線分 を作図
 したいとき、 $1 + a^2 = 5$ すなわち、 $a = 2$ とすれば、
 $AB = \sqrt{5}$ となる。

(2) $\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}}$ の線分を作図せよ。

(注) 上の (※) の事実を利用すると、 $a = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ とすればよい。

では、実際に下の図を使って、作図してみよう。



長さ2の線分PQがある。線分PQの中点をOとする。線分PQの垂直二等分線をかき、この垂直二等分線上に、 $AO = 1$ となる点Aをとる。

同様に (※) の事実を利用すると、線分OPの中点をMとすると、 $OM = (\quad)$ だから
 $AM = \left[\quad \right]$ となる。

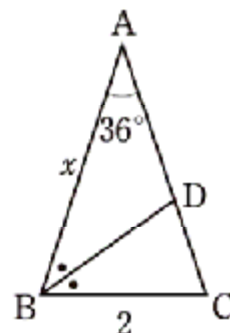
この事を利用し、線分OQ上に、 $ON = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ となる点Nをとれ。

このとき、 $AN = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}}$ となる。

エキスパート□C（計算担当 1人）

（イ）まず準備として、次の「問題」を解こう。

$A = 36^\circ$, $BC = 2$, $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC がある。 $\angle B$ の二等分線が辺 AC と交わる点を D とするとき、次の問に答えよ。



(1) $AB = x$ とおいて x の満たす 2 次方程式をつくり、 AB の長さを求めよ。

(2) (1) を利用して、 $\cos 36^\circ$ の値を求めよ。

(1) $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形であり、 $\angle A = 36^\circ$

よって $\angle ABC = \angle ACB = (\quad)^\circ$

BD は $\angle B$ の二等分線だから、

従って、 $\angle DBC = (\quad)^\circ$

このことから、 $\triangle ABC (\quad) \triangle BCD \cdots \cdots \textcircled{1}$ がいえる。

よって、 $\triangle BCD$ も、二等辺三角形であり、 $BD = BC = 2$

一方、 $\angle DBA = (\quad)^\circ$ なので、 $\angle DAB = \angle DBA$ 。

ゆえに、 $\triangle DAB$ は、二等辺三角形である。

従って、 $AD = BD = (\quad)$

よって、 $DC = AC - AD = (\quad)$

$\textcircled{1}$ より、 $x : 2 = 2 : (\quad)$

これより、2 次方程式 $x^2 - (\quad)x - (\quad) = 0$

を解いて、

$$x = (\quad)$$

$$x > 0 \text{ より、} AB = (\quad)$$

(2) 点 D から辺 AB へ垂線 DH を下ろす。このとき、

$$\cos 36^\circ = \frac{AH}{AD} = \frac{\frac{x}{2}}{2} = \frac{x}{4} = \frac{(\quad)}{4}$$

(ロ) $\cos 72^\circ$ の値を求める。

同様に、点 A から辺 BC へ垂線 AK を下ろすと、

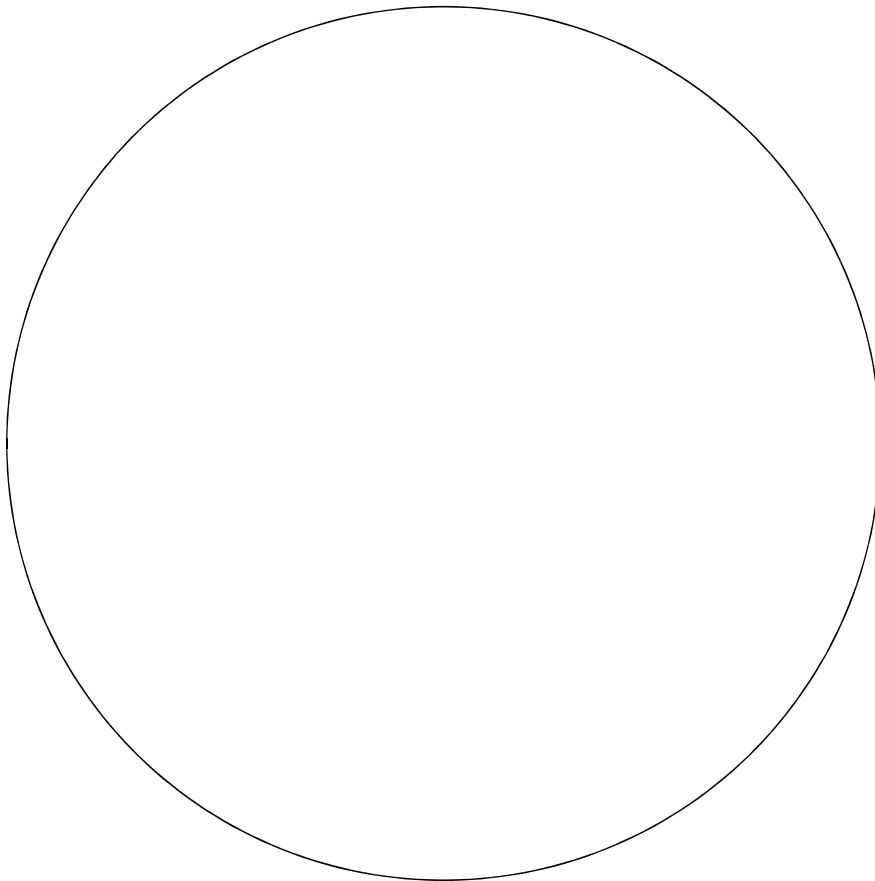
$$\cos 72^\circ = \frac{BK}{AB} = \frac{1}{x} = \frac{1}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{4}$$

ジグソー

エキスパートA, B, C、それぞれに自分が考えた事を他のメンバーに説明し、
Aが取りまとめて、グループで協力し、

本日の課題「ピザを5人で仲良く5等分する。」を解決しよう。

ピザを直径2の円と考えて、下の円（ピザ）を5つに切り分けて下さい。



振り返って、今回の課題の解決方法のポイントを書きなさい。

1年 組 番 氏名

【チャレンジ】

今日学んだ事をもとにして、今度は一辺の長さが2の正5角形を作図してみよう。

(ヒント) エキスパートCの「問題」にある x の値を作図する事がポイント。

1 年 組 番 氏名
