

科 目 名 数学Ⅱ

使 用 教 材 数学Ⅱ (出版社名 数研出版)

教科傍用問題集 スタンダード数学Ⅱ (出版社名 数研出版)

1 単元(題材)名 第3章 図形と方程式

第2節 円 7.2つの円、第3節 軌跡と領域 8.軌跡と方程式

2 単元(題材)の目標と評価規準

目標	評価規準			
	関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
2つの円の共有点を通る図形の方程式を求めることができることと、その図形を Grapes で見せながら、その手法で得られる図形をイメージさせる。 - 軌跡の方程式を求める手順における必要性と十分性についての理解を深めながら、その手順を習得させる。	2つの円の共有点を通る図形の方程式を求めることができる。計算に関心を待ち、その方法ではどのような図形を表現することができるかを把握している。 - 座標や式を用いて基本的な図形である直線や円の方程式を、工夫して計算し、求めようとしている。	IT を活用しグラフを見ることで、平面図形の持つそれぞれの特性をもとに、図形の方程式を取り扱う際の数学的解釈および考察をすることができる。	2円の共有点を通る図形の方程式を求める問題を、2円の方程式からよりよく解決することができる。 - 軌跡の方程式を求める問題を、手順を理解し、よりよく解決することができる。	- 直線や円などの基本的な平面図形の持つ性質や関係を理解し、基礎的な知識を身につけている。 - 軌跡の方程式を求める手順には、必要性と十分性の議論が含まれていることに注意することができ、その手順を理解している。

3 指導に当たって

(1) 教材観

2円 $f(x,y)=0$ と $g(x,y)=0$ の交点を通る図形の方程式を定数 k を用いて $k f(x,y) + g(x,y) = 0 \cdots$

①と表すことができることは、ここまで扱ってきた図形の方程式の導出にはない考え方なので、慎重に導入したいところである。ICT を活用して①で表現された図形を可視化することはその導入の助けになると考える。さらに、定数 k を動かしたときの図形(円の中心)の軌跡について、その方程式を計算することにより、平面上のどのような範囲におよぶ図形となるのかを掴むことができると考える。

(2) 生徒観

「略」

(3) 指導観

難しい問題になるほど、集中力が増すところがあるので、2円の交点を通る円の中心が描く軌跡の計算には、分数関数の値域を扱うことになるのだが、あえてそこを考えさせたいと考えている。また、図形①では図形 $f(x,y)=0$ 自身を表すことができないのだが、定数 k を限りなく大きくすることで、①が $f(x,y)=0$ に近づくという極限の発想にも挑戦させたい。

4 単元（題材）の指導計画

2つの円、軌跡と方程式（総時数 全4時間）・・・本時は、この2時間目

5 本時の指導と評価の計画

（1）本時のねらい

ICTを活用し、2つの円の交点を通る図形の方程式 $k f(x,y) + g(x,y) = 0$ が定数 k を動かすことで、どのような図形を描くのかを観察し、この方程式が表す図形のイメージを掴ませる。そして、実際にその図形（円の中心）の軌跡を求めることで、どのような図形が表現できているのかより細かく掴ませる。

（2）準備・資料等 GRAPES プリント

（3）本時の展開

時間	学習内容	生徒の学習活動	教師の指導・留意点	評価規準 【観点】（評価方法）
導入 5分	2つの円の交点を通る図形の方程式の確認 本時の目標の提示	2つの円の交点を通る図形の方程式を確認する。 本時の目標を確認する。	発問により知識を確認する。	【数学的な見方や考え方】 図形の変化の様相から、その後の変動の予測や計算につなげられているか。（観察） 【数学的な技能】 グループで、討論に参加しており、計算が進んでいる。発表する形にまとめられる。（観察）
展開Ⅰ 5分	GRAPESによる図形の観察	パラメータの変化とともに図形の変化を観察する。		
10分	計算による図形の動きの予想	グループを組む。 観察をヒントに、グループで分担して、パラメータの変化による図形の変動の予想を行う。	4人1組で5つのグループを作る。 机間指導	
10分	考えをまとめ発表	グループごとに、図形がどのような変動を見せるのかを発表する。	図形の変化のどの部分に着目しているかに意識を促す。	
5分	GRAPESの活用	パラメータの変化とともに図形の変化を観察する。	発表で扱われた変化の部分にも触れながら観察させる。	
展開Ⅱ 20分	軌跡の方程式	個人で計算を行う。 解答を板書する。 観察した図形の変化を計算で詳細を確認する。	グループ一時解体。 計算の難しい箇所もあるので、途中ヒントも与える。	【知識・理解】 軌跡の方程式を求める計算を正しく行えているかどうか。 （プリントの記述）
まとめ 10分	プリント	問題に取り組む。 答え合わせをしてプリントを提出する。		

確認プリント

問題 k の値が $k \neq -1$ の範囲で動くとき、円 $k(x^2 + y^2 - 4) + x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ の中心の軌跡の方程式を求めよ。